Efficient Power Control via Pricing in Wireless Data Networks

IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, 2002

何德威

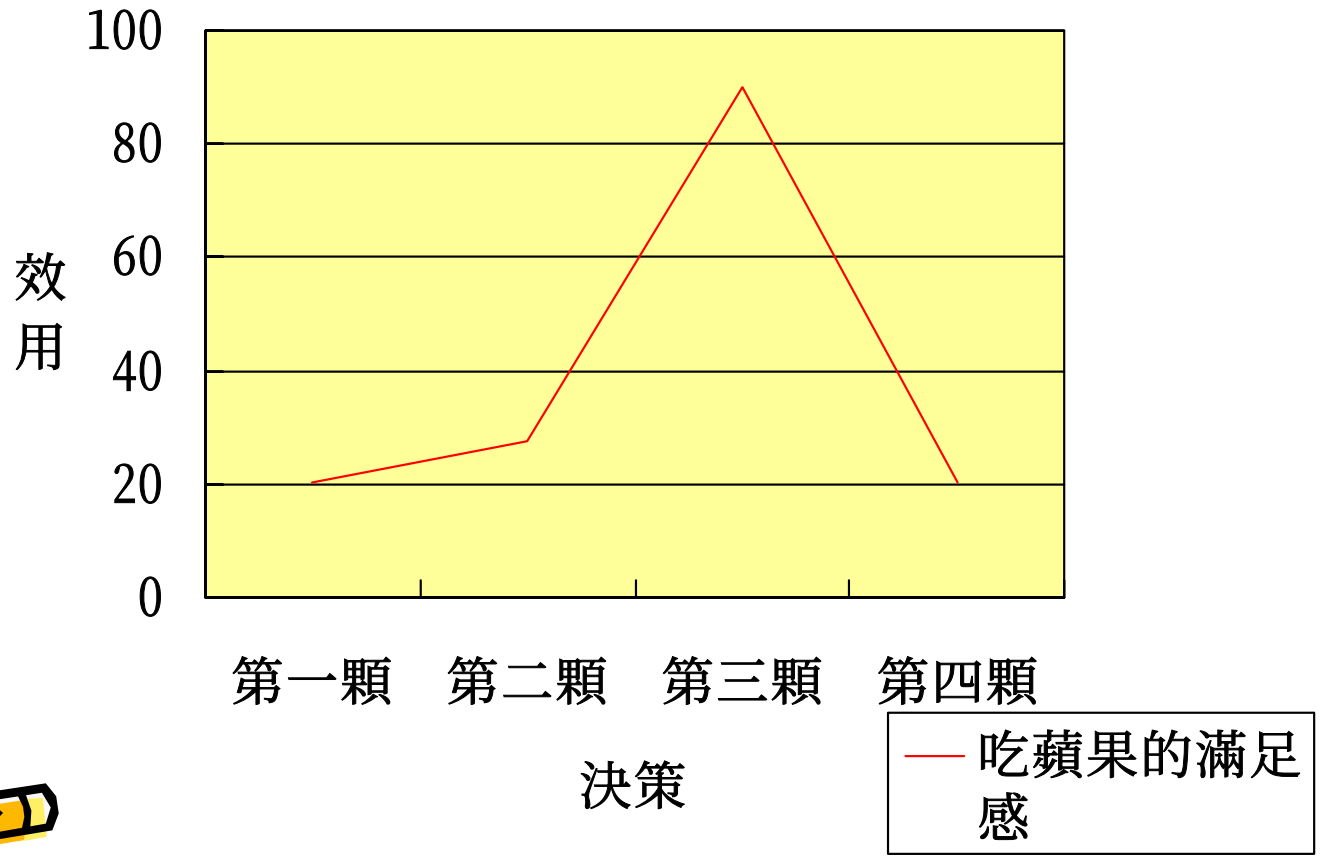
Outline

- 賽局理論（Game Theory）
- Power Control Problem of CDMA-like System
- Efficient Power Control
- 模擬分析與結論

Game Theory

- 效用函數（**Utility Function**）
- 囚犯困局**(Prisoner's Dilemma)**
- 當策略為連續變數時如何求解？

Utility Function



Prisoner's Dilemma

		妻子	
		認罪	否認
丈夫	認罪	10年，10年	1年，25年
	否認	25年，1年	3年，3年

Nash Equilibrium

操作點

更有效率的操作點

當策略為連續變數時如何求解？

- 在兩人賽局裡面，如果參賽者**A**在每個參賽者**B**所採用的策略時都可以使自己的效用達到最大，那就是參賽者**A**的最佳反應
- 參賽者**A**的最佳反應曲線和參賽者**B**的最佳反應曲線的交點即為操作點

Power Control Problem of CDMA-like System

- Power Control via Game Theory
- 設計Power Control Game的 Utility Function
- Noncooperative Power Control Game(NPG)

Power Control via Game Theory

- **Why Power Control？**
  - 增加系統容量
  - 延長電池壽命
- **Power Control新方法—使用經濟學模型**
  - **Utility Function**量化滿足感（量化**QoS**）
  - **Game Theory**是強而有力的工具可用來模擬和預測每個自私（理性）使用者的決策

設計Power Control Game的Utility Function

- 令每個使用者的效用函數為：

$$u = \frac{LRP_e}{Mp} \frac{\text{bits}}{\text{Joule}}.$$

- 缺點：因為p=0時有最大值，數學上不合邏輯

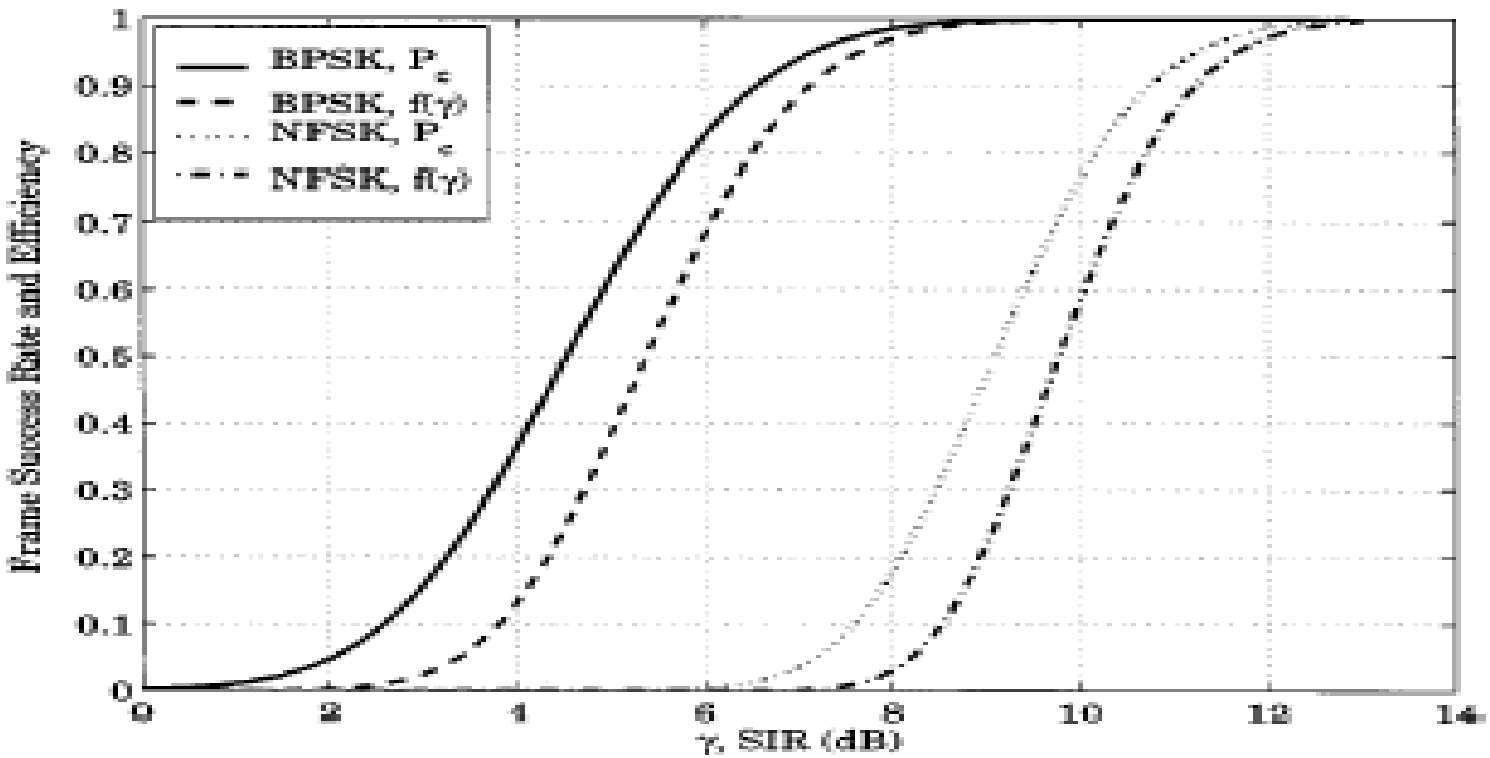
設計Power Control Game的Utility Function（續）

- 重新設計效用函數為：

$$u_i = \frac{LR f(\gamma_i)}{M p_i} \frac{\text{bits}}{\text{Joule}}.$$

- $f(0) = 0$ for $p = 0$ 和 $f(\infty) = 1$

設計Power Control Game 的Utility Function（續）



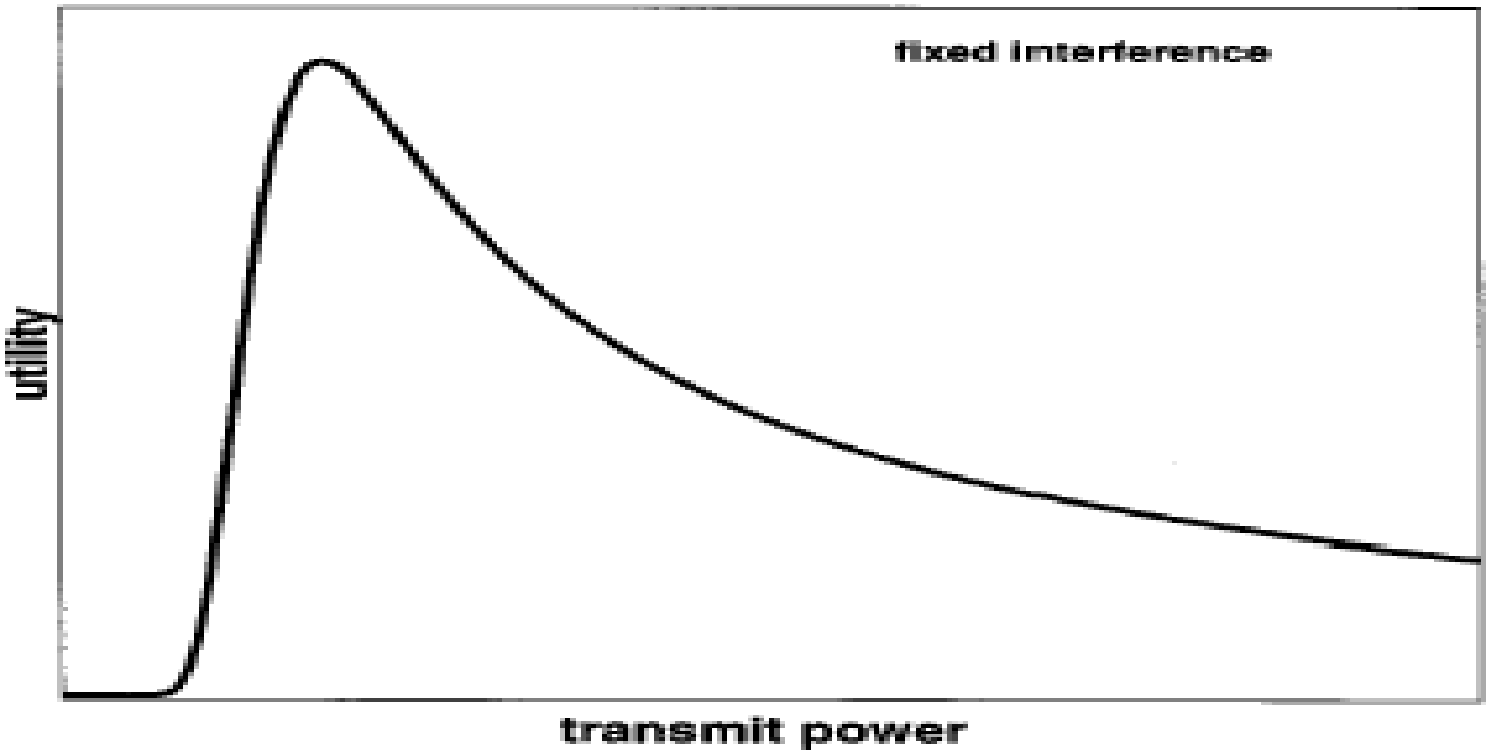
設計Power Control Game的Utility Function（續）

$$u_j(p_j, \mathbf{p}_{-j}) = \frac{LR}{Mp_j} f(\gamma_j) \ \frac{\text{bits}}{\text{joule}}$$

where γ_j is the SIR of user j defined as

$$\gamma_j = \frac{W}{R} \frac{h_{jj} p_j}{\sum_{j \neq i} h_{ji} p_i + \sigma^2}$$

設計Power Control Game的Utility Function（續）



Noncooperative Power Control Game（NPG）

- **Noncooperative Power Control Game**

$$[\mathrm{NPG}] \max_{p_j \in P_j} u_j(p_j, \mathbf{p}_{-j}), \text{ for all } j \in \mathcal{N}$$

- 可以證明**NPG**的操作點 **is inefficient**（**Page.295, Theorem 3**）
  - 存在更有效率之操作點

Efficient Power Control via Pricing

- 設計Utility Function of Non-cooperative Power Control Game with Pricing（NPGP）
- NPGP在數學上的結果
- Totally Asynchronous Algorithm

設計Utility Function with Pricing

- **Utility function for NPGP：**

$$u_j^p(\mathbf{p}) = u_j(\mathbf{p}) - c_j(p_j, \mathbf{p}_{-j})$$

- **The Problem that NPGP solves are**

$$(\mathrm{NPGP}) \max_{p_j \in P_j} u_j^p(p_j, \mathbf{p}_{-j}) = u_j(\mathbf{p}) - c_j(p_j, \mathbf{p}_{-j}),$$
$$\text{for all } j \in \mathcal{N}.$$

- **Linear Pricing：** $c_j(p_j, \mathbf{p}_{-j}) = \alpha_j p_j$

NPGP在數學上的結果

- 可以證明出**NPGP**的操作點集合裡面，最小的那個操作點對每個使用者而言都有相對最大的效用函數（**Page.297~298, Theorem4~6&8**）

Totally Asynchronous Algorithm

- Totally Asynchronous Algorithm 1 (Terminal)
- Totally Asynchronous Algorithm 2 (Network)

Totally Asynchronous Algorithm 1 (Terminal)

1) Set the initial power vector at time $t = 0$: $\mathbf{p}(0) = \underline{\mathbf{p}}$. Also let $k = 1$.
2) For all k such that $\tau_k \in T$
   a) For all terminals $j \in N$ such that $\tau_k \in T_j$
      i) Given $\mathbf{p}(\tau_{k-1})$, compute $r_j(\tau_k) = \arg\max_{p_j \in P_j} u_j(p_j, \mathbf{p}_{-j}(\tau_{k-1}))$.
      ii) Assign the transmit power as $p_j(\tau_k) = \min(r_j(\tau_k))$.

Totally Asynchronous Algorithm 1（續）

- 可證明Totally Asynchronous Algorithm 1收斂至NPGP最小的操作點（Page.298，Theorem7）

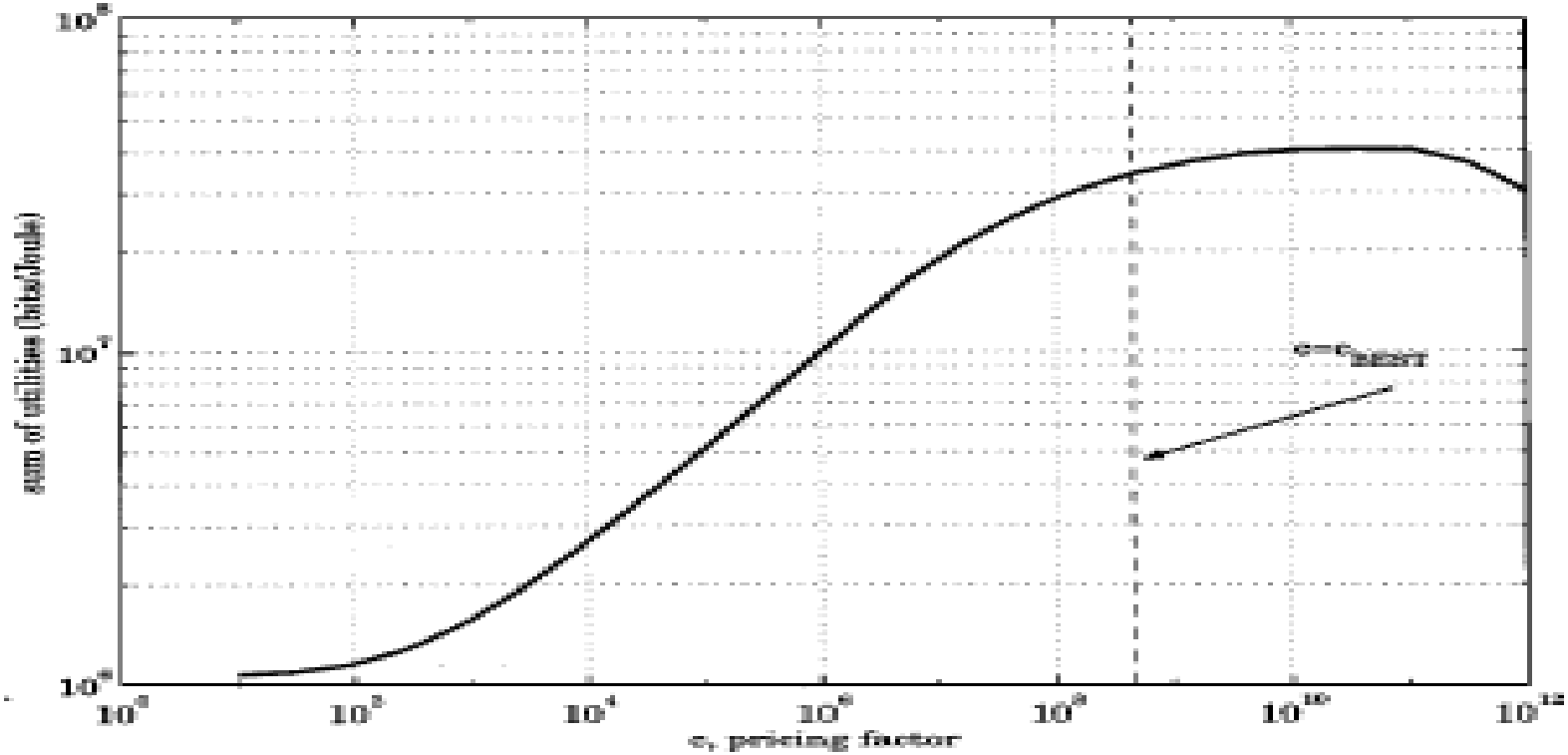
Totally Asynchronous Algorithm 2 (Network)

1) Set $c = 0$ and announce c to all terminals.
2) Get w_j for all $j \in \mathcal{N}$ at equilibrium, increment $c := c + \Delta c$ and announce to all terminals
3) If $w_j^c \leq w_j^{c+\Delta c}$ for all $j \in \mathcal{N}$ then go to step 2, else stop and declare $c_{\text{conv}} = c$.

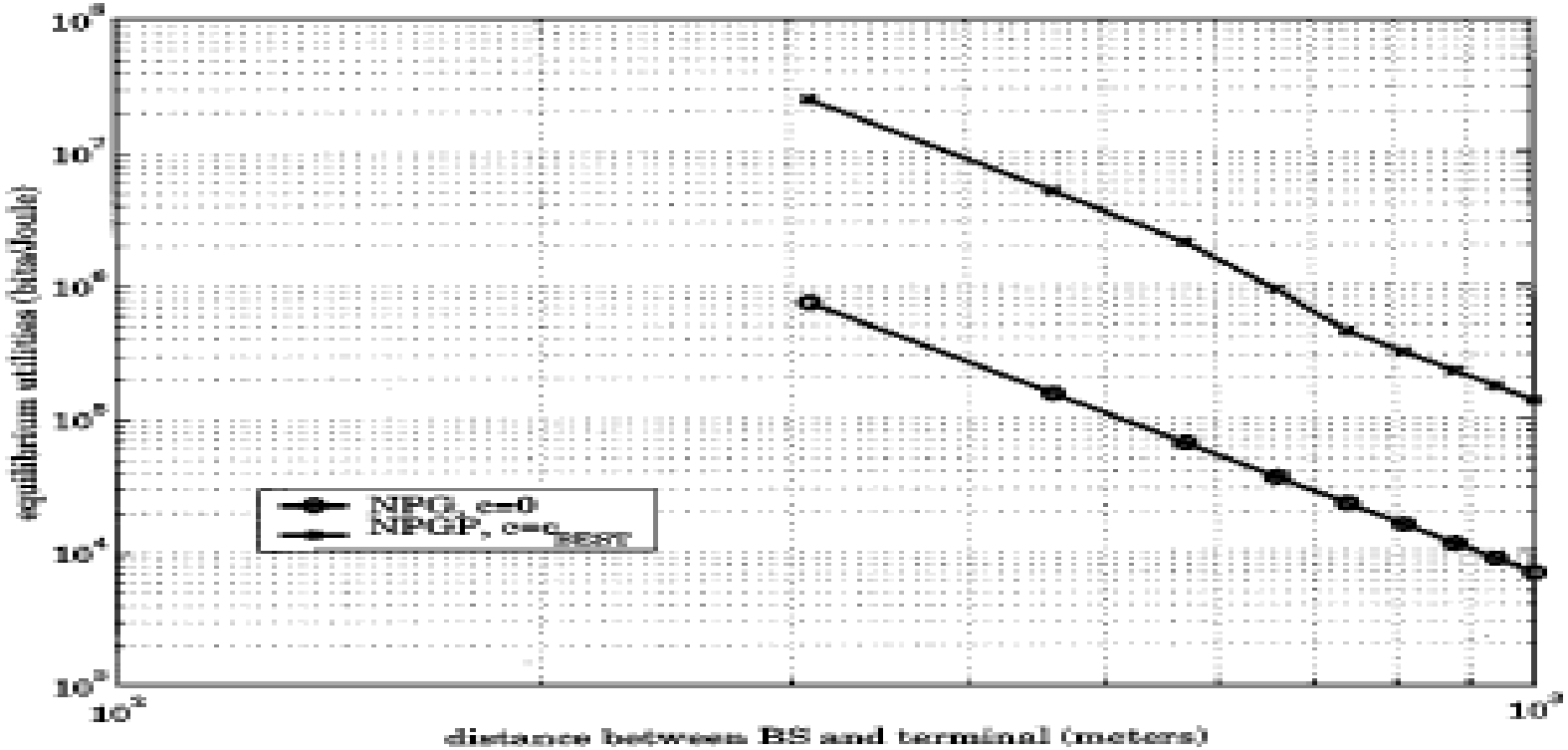
模擬分析與結論

- 模擬結果
- **Summary**
- **Conclusion**

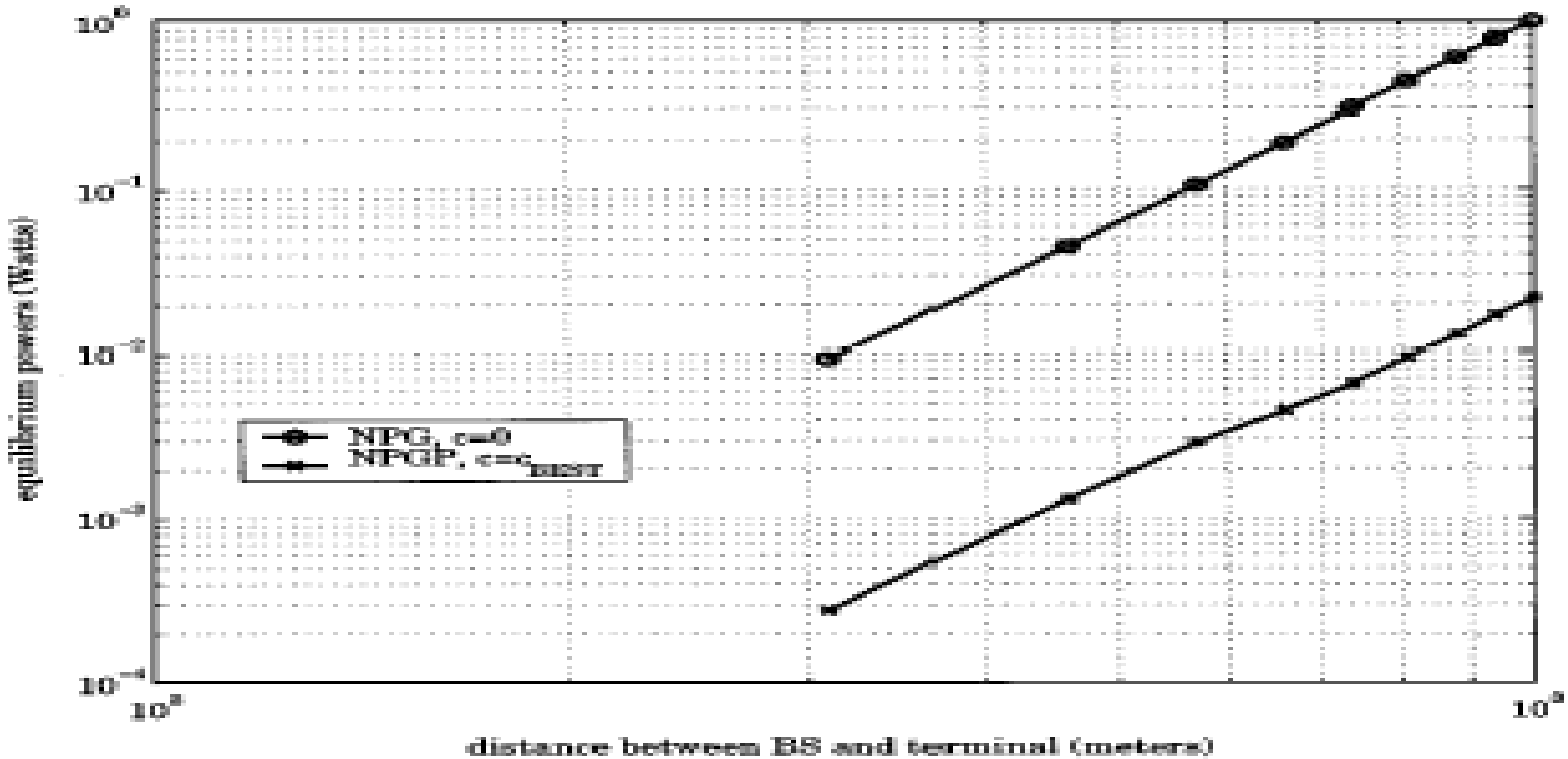
模擬結果


sum of utilities (bits/Hz/sec)
10^{8}
10^{7}
10^{6}
10^{0}
10^{2}
10^{4}
10^{6}
10^{8}
10^{10}
10^{12}
c, pricing factor
$c=c_{best}$

模擬結果（續）


equilibrium utilities (bits/joule)
distance between BS and terminal (meters)
NPG, e=0
NPGP, e=e_BEST

模擬結果（續）


equilibrium powers (Watts)
distance between BS and terminal (meters)
NPG, c=0
NPGP, c=c_BEST

Summary

- The QoS a Wireless Terminal Receives被描述成the Utility
- NPG的操作點is Inefficient in Power Usage
- We introduce pricing to improve the NPG result
- Linear pricing function allows easy implementation

Summary（續）

- NPGP的操作點集合裡面，最小的那個操作點對每個使用者而言都有相對最大的效用函數
- Linear Pricing Function無法達到Social Optimum，想要達到Social Optimum實行起來非常困難

Conclution

- 賽局理論不止可以解決**CDMA-like System**的問題，只要是存在一群使用者彼此有著衝突的利益時，皆可以使用**Game Theory**的模型來簡化問題
- 本篇**paper**提出了扼要的演算法來解決**CDMA Power Control Problem**並提供嚴謹而詳細的數學證明，不過**Social Optimum**的問題尚待解決。